

基于大规模天线的多用户 MISO 下行链路频谱效率分析

李菊芳¹, 赵睿¹, 江彬², 黄永明², 杨绿溪², 张海¹

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021; 2. 东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘要: 在大规模天线时分双工通信系统中, 分析了多用户 MISO 下行链路的频谱效率。假定用户数固定且基站天线数 M 无限增大, 通过理论推导分析发现, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着 M 的增加系统频谱效率趋于一个恒值; 并且简单的预处理即可消除用户间干扰和快衰落的影响。虽然多小区系统会受导频污染的影响, 致使小区间干扰不能被完全消除, 但是降低后的发送功率可使系统由干扰受限转变为噪声受限。采用迫零单位预编码与采用最大比发送单位预编码的系统频谱效率极限表达式相同。最后给出采用空时分组码的多用户下行链路的频谱效率下限值, 并通过仿真分析证实了以上结论的正确性。

关键词: 大规模天线; 多用户 MISO; 频谱效率; 导频污染; 迫零预编码

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)02-0125-12

Analysis of spectral efficiency of multiuser MISO downlink based on large-scale antennas

LI Ju-fang¹, ZHAO Rui¹, JIANG Bin², HUANG Yong-ming², YANG Lv-xi², ZHANG Hai¹

(1. School of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The spectral efficiency of the downlink of multi-user multiple-input and single-output (MU-MISO) was analyzed in the time-division duplex (TDD) communication systems with large-scale antennas. Assuming that the number of users was fixed and the antenna number (M) of base station (BS) increases without limit, the conclusions through theoretical derivations and analyses were drawn that, when the transmit power of the BS reduces to $1/M$ of that of BS with single antenna, the system spectral efficiency tends to a constant value with the increase of M if the BS acquires the perfect channel state information (CSI). The adverse effects of the inter-user interferences and the fast fading could also be eliminated through simple pre-processings. Although the multicell system is affected by the pilot contamination, which is the reason why the inter-cell interferences cannot be eliminated, the reduced transmit power makes the system changed from interference-limited to noise-limited. The limit expression of the system spectral efficiency using zero-forcing (ZF) normalized precoding is equal to that using maximum ratio transmission (MRT) normalized precoding. Finally, the lower bound of the spectral efficiency of multi-user downlink applying space time block code was presented and the correctness of the above conclusions was confirmed by the simulation analyses.

Key words: large-scale antennas; multi-user multiple-input and single-output; spectral efficiency; pilot contamination; zero-forcing precoding

收稿日期: 2012-12-24; 修回日期: 2013-05-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61372101, 61271018, 61201171, 61071113); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目 (JB-ZR1205); 福建省科技创新平台建设基金资助项目(2012H2002); 华侨大学高层次人才科研启动费基金资助项目 (11BS112)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61372101, 61271018, 61201171, 61071113); Fundamental Research Funds for the Central Universities (JB-ZR1205); Science and Technology Innovation Platform Funds of Fujian Province (2012H2002); High-Level Personnel Start Research Projects of Huaqiao University (11BS112)

1 引言

多天线技术又称多输入多输出(MIMO)技术, 因其在提高频谱效率和链路可靠性上存在巨大潜能而备受关注。文献[1,2]给出了单用户多输入多输出(SU-MIMO)系统的频谱效率分析, 发现系统频谱效率随着收发天线数中较小的那个数呈线性增长。然而在实际系统中, 由于天线间的相关性及周围环境的散射影响, 系统性能很难达到其理论分析值^[3]。并且在蜂窝通信环境中希望基站在同一时频资源块内服务多个用户, 从而可以大幅度调高小区吞吐量, 所以多用户多入多出(MU-MIMO)技术^[4,5]就应运而生。该技术支持多个用户的空间分集和复用, 但是在多小区环境中面临着严重的用户间和小区间干扰, 致使其容量增益急剧下降, 这无疑对 MIMO 技术在实际系统中的应用是一个很大的挑战^[6]。为了减小或消除小区间干扰基站需要采取相应的处理技术, 比如在上行链路中采用最大似然(ML)多用户检测^[7], 下行链路中进行脏纸编码(DPC)^[8]等, 但是其复杂度较高, 在实际系统中难以实现。也可以将多个小区的基站天线和用户组成一个虚拟的 MIMO 系统进行联合处理, 比如多小区联合波束成形^[9], 但是基站间的信息交互和时延要求成为新的挑战。

近年来大规模天线系统已成为研究热点。文献[10,11]给出了基于基站间协作的大规模天线阵列系统的性能分析, 当基站天线数和用户数在比值固定的条件下等比增加时, 通过运用拉格朗日对偶性和随机矩阵理论, 给出了在两蜂窝下行链路中最大化最小速率的波束成形向量设计和最优发送功率定理。但是在大规模天线阵列系统中, 由于基站的处理复杂度和基站间的调度时延等限制条件, 基站间的联合处理在实际系统中较为困难。文献[12]提出了基于大规模天线阵列的非协作无线传输分析, 当基站天线数趋于无穷大时, 加性噪声和快衰落随之消失, 但是小区间干扰由于导频污染而无法完全消除。由于 RZF(规则化迫零)编码相对于 ZF(迫零)编码具有更好的性能优势, 文献[13]给出大规模 MIMO 系统基于 RZF 预编码的 SINR(信干噪比)渐进分析, 并得出 SINR 闭合极限表达式和 RZF 预编码的最优参数表达式。然而在实际系统中, 大规模天线设备的天线间相关性会恶化系统性能, 文献[14]给出了大规模天线阵列系统所面临的机遇和挑

战。基于天线间的相关性, 文献[15]分析了当天线数和用户数趋于无穷大且其比值有界时, RZF 预编码的最优参数和 ZF 预编码的最优用户数设计, 以及 RZF 和 ZF 的最优功率分配问题。文献[16]分析了基站天线数的最优设计, 文献[17,18]给出了如何降低导频污染带来的负面效应的方法。相对于点对点系统来说, 在大规模 MIMO 上行链路系统中, 用户在保持服务质量不变的情况下可以大幅度减小发送功率, 并且基站端采用简单的检测方式即可消除用户间的干扰^[19,20], 具有功耗低和处理复杂度低的优势。在有限信道状态信息条件下, 可以通过空时编码来提高发送分集, 实现低误码率的性能优势, 但是其频谱效率却不是理想。

由于频分双工(FDD)下行链路发送端的信道状态信息(CSI)估计比较困难, 用户终端体积比较小难以配置多天线, 所以本文考虑基于大规模天线的 MU-MISO TDD 下行链路系统。通过对最大比发送(MRT)和迫零(ZF) 2 种线性预编码的具体分析, 分别给出了单小区和多小区在已知完全 CSI 和有限 CSI 的条件下, 假设用户数不变, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 小区频谱效率随着天线数 M 无限增加的变化趋势。最后给出多用户空时编码——Alamouti 码的频谱效率分析, 并得出以下结论: 1) 基站已知完全 CSI 时, 随着天线数的增加, 系统频谱效率趋于一个恒值, 并且采用简单的预编码即可消除用户间干扰和快衰落的影响; 2) 基站通过导频估计获得有限 CSI 时, 单小区和多小区系统受信道估计的影响, 其频谱效率分别随信道估计准确度和用户发送导频功率趋于一恒值; 但是多小区系统中小区间干扰因导频污染而不能被完全消除, 由于基站的发送功率较小, 小区间干扰相对于噪声来说比较微弱, 系统由干扰受限变为噪声受限; 3) ZF 单位预编码在极限条件下等于 MRT 单位预编码; 4) Alamouti 码不能有效提高系统的频谱效率。最后由仿真分析证实了以上结论的正确性。

符号说明: $\|\cdot\|$ 表示 Frobenius 范数, $|\cdot|$ 表示绝对值, $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示数学期望, \mathcal{C} 表示复数空间, $(\cdot)^*$ 、 $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示矩阵或矢量的共轭、转置和共轭转置。

2 系统模型

2.1 单小区模型

首先考虑单小区 MU-MISO 下行链路系统。如图 1 所示, 基站配置 M 根天线, 用户是单天线设备,

在同一时频资源块内基站服务 K 个用户。假定用户数 K 不变，基站天线数 M 是无限增加的。根据信道的互易性，由上行链路的信道矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{D}_\beta^{1/2} = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_K]$ ，其中， $\mathbf{g}_k = [g_{1k}, \dots, g_{Mk}]^T$ ， $k=1, \dots, K$ ，得出下行链路信道矩阵 $\mathbf{G}^T = \mathbf{D}_\beta^{1/2}\mathbf{H}^T$ 。其中， \mathbf{H} 是用户到基站的快衰落矩阵，其元素是独立同分布的零均值、单位方差复高斯随机变量； $\mathbf{D}_\beta^{1/2} = \text{diag}\{\sqrt{\beta_1}, \dots, \sqrt{\beta_K}\}$ 是用户到基站的慢衰落对角阵，对角元素 $\sqrt{\beta_k}$ 是用户 k 到基站的慢衰落系数，所以用户 k 到基站天线 m 的信道增益为 $g_{mk} = h_{mk}\sqrt{\beta_k}$ 。

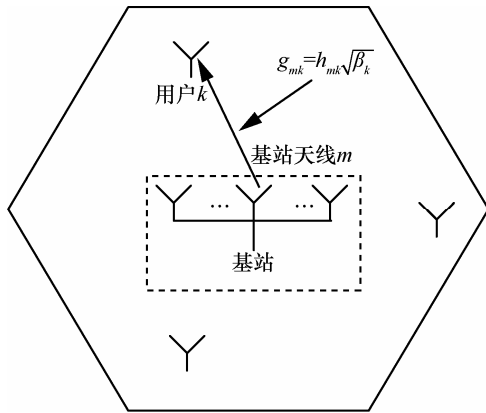


图 1 单小区 MU-MISO 系统模型

则用户端接收信号矢量为

$$\mathbf{y} = \sqrt{P}\mathbf{G}^T\bar{\mathbf{F}}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中， $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_K]^T$ 是 K 个用户的接收信号矢量， $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_K]^T$ 是基站发送给 K 个用户的信号矢量，且 $\mathbb{E}\{\|\mathbf{x}\|^2\} = 1$ ，其中， $\mathbb{E}\{\|x_i\|^2\} = 1/K$ ， $i=1, \dots, K$ 。 P 是基站的发送功率， \mathbf{G}^T 是 K 行 M 列的信道增益矩阵， $\bar{\mathbf{F}} = [\bar{\mathbf{f}}_1, \dots, \bar{\mathbf{f}}_K]$ 是单位预编码矩阵，其中， $\mathbb{E}\{\|\bar{\mathbf{f}}_i\|^2\} = 1$ ， $i=1, \dots, K$ 。 $\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_K]^T$ 是噪声矢量，其元素是独立同分布的 0 均值、单位方差复高斯随机变量。

2.2 多小区模型

接下来给出多小区 MU-MISO 下行链路系统模型。如图 2 所示，该系统有 L 个小区，每个基站配有 M 根天线同时服务本小区内 K 个单天线用户。同单小区一样，每个小区的用户数 K 不变，基站天线数 M 是无限增加的。根据信道的互易性，由

上行链路的信道矩阵 $\mathbf{G}_{ln} = \mathbf{H}_{ln}\mathbf{D}_{\beta_{ln}}^{1/2} = [\mathbf{g}_{ln1}, \dots, \mathbf{g}_{lnK}]$ ， $\mathbf{g}_{lnk} = [g_{ln1k}, \dots, g_{lnMk}]^T$ ($i=1, \dots, K$) 得出下行链路信道矩阵 $\mathbf{G}_{ln}^T = \mathbf{D}_{\beta_{ln}}^{1/2}\mathbf{H}_{ln}^T$ 。其中， \mathbf{H}_{ln} 是小区 n 内的用户到小区 l 基站的快衰落矩阵，其元素独立同分布于 0 均值、单位方差的复高斯分布； $\mathbf{D}_{\beta_{ln}}^{1/2} = \text{diag}\{\sqrt{\beta_{ln1}}, \dots, \sqrt{\beta_{lnK}}\}$ 是小区 n 内的用户到小区 l 基站的慢衰落对角阵，其中， $\sqrt{\beta_{lnk}}$ 是小区 n 内的第 k 个用户到小区 l 基站的慢衰落系数。所以小区 n 内的第 k 个用户到小区 l 第 m 根基站天线的信道增益为 $g_{lnmk} = h_{lnmk}\sqrt{\beta_{lnk}}$ ，到本小区第 m 根基站天线的信道增益为 $g_{nmk} = h_{nmk}\sqrt{\beta_{nk}}$ 。

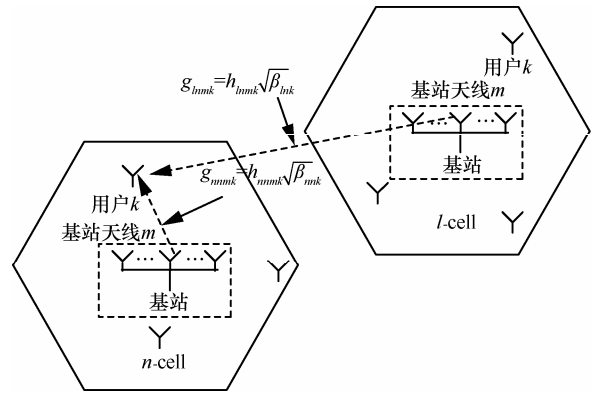


图 2 多小区 MU-MISO 系统

则小区 n 中 K 个用户接收到的信号矢量为

$$\mathbf{y}_n = \sqrt{P}\sum_{l=1}^L \mathbf{G}_{ln}^T\bar{\mathbf{F}}_l\mathbf{x}_l + \mathbf{n}_n \quad (2)$$

其中， $\mathbf{y}_n = [y_{n1}, \dots, y_{nK}]^T$ 是小区 n 中 K 个用户的接收信号矢量， $\mathbf{x}_l = [x_{l1}, \dots, x_{lK}]^T$ 是基站 l 发送的信号矢量且 $\mathbb{E}\{\|\mathbf{x}_l\|^2\} = 1$ ，其中， $\mathbb{E}\{\|x_{li}\|^2\} = 1/K$ ， $i=1, \dots, K$ 。 P 是每个基站的发送功率， \mathbf{G}_{ln}^T 是基站 l 到小区 n 中用户的 K 行 M 列信道增益矩阵， $\bar{\mathbf{F}}_l = [\bar{\mathbf{f}}_{l1}, \dots, \bar{\mathbf{f}}_{lK}]$ 是基站 l 的预编码矩阵，其中， $\mathbb{E}\{\|\bar{\mathbf{f}}_{li}\|^2\} = 1$ ($i=1, \dots, K$)。 $\mathbf{n}_n = [n_{n1}, \dots, n_{nK}]^T$ 是小区 n 中 K 个用户接收到的噪声矢量，其元素是独立同分布的 0 均值、单位方差复高斯随机变量。

2.3 随机矢量结论

$\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_n]^T$ 和 $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$ 均为 n 维随机矢量，其中， p_i 、 q_i 分别服从独立同分布的均值为

0, 方差为 σ_p^2 和 σ_q^2 的复高斯随机变量。当维数 $n \rightarrow \infty$ 时, 文献[21]给出以下结论

$$\frac{1}{n} \mathbf{p}^H \mathbf{p} \rightarrow \sigma_p^2, \quad \frac{1}{n} \mathbf{p}^H \mathbf{q} \rightarrow 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{p}^H \mathbf{q} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_p^2 \sigma_q^2) \quad (4)$$

所以, 在大规模 MU-MISO 系统中, 当基站天线数 M 远大于服务用户数 K 且 $M \rightarrow \infty$ 时, 由以上结论可得

$$\frac{\mathbf{G}^H \mathbf{G}}{M} = \mathbf{D}_\beta^{1/2} \frac{\mathbf{H}^H \mathbf{H}}{M} \mathbf{D}_\beta^{1/2} \rightarrow \mathbf{D}_\beta \quad (5)$$

$$\frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*}{M} = \beta_k, \quad \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*}{M} = 0 \quad (6)$$

3 频谱效率分析

在 MU-MISO 系统中, 基站可以通过固定发送功率增加发送天线数来提高系统频谱效率; 同样也可以通过增加发送天线数、降低发送功率来获得系统预设的某一频谱效率值。为此本文分析当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 系统的频谱效率随天线数 M 无限增加。这里考虑 MRT 和 ZF 2 种简单的线性预编码方案, 并且假设天线间无相关性。

3.1 单小区 MU-MISO

首先分析基站已知完全 CSI 的情况, 其次考虑基站已知有限 CSI 的情形。

3.1.1 基站已知完全 CSI

基站已知完全 CSI 是实际系统的理想条件, 也是理论研究的前提条件。由于实际系统的不确定性和复杂性, 通常先分析理想条件下系统性能, 再考虑实际系统中的具体分析。由式(1)得单小区 MU-MISO 系统中第 k 个用户的接收信号表达式为

$$y_k = \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \bar{\mathbf{F}} \mathbf{x} + n_k = \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \mathbf{f}_k x_k + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{g}_k^T \mathbf{f}_i x_i + n_k \quad (7)$$

其中, 等号右边的第一项为有用信号, 第二项为小区内其他用户的干扰信号, 最后一项为加性高斯白噪声。所以单小区 MU-MISO 系统的频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_k = \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{P}{K} |\mathbf{g}_k^T \mathbf{f}_k|^2}{\frac{P}{K} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K |\mathbf{g}_k^T \mathbf{f}_i|^2 + 1} \right) \right\} \quad (8)$$

1) MRT 预编码

MRT 预编码是最简单的线性预编码, 只需对信道矩阵进行简单的变换即可, 所以复杂度较小。令 MRT 预编码矩阵 $\mathbf{F} = \mathbf{G}^*$, 将其单位化得 $\bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K]$,

其中, $\mathbf{f}_i = \frac{\mathbf{g}_i^*}{\|\mathbf{g}_i^*\|}$, $i=1, \dots, K$, 第 k 个用户的接收信号和系统频谱效率表达式分别为

$$y_k = \sqrt{P} \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*}{\|\mathbf{g}_k^*\|} x_k + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*}{\|\mathbf{g}_i^*\|} x_i + n_k \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^K R_k^{\text{MRT}} = \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{P |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*|^2}{K \|\mathbf{g}_k^*\|^2}}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \frac{P |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*|^2}{K \|\mathbf{g}_i^*\|^2} + 1} \right) \right\} \quad (10)$$

令基站发送功率 $P = \frac{E}{M}$ (其中, E 为基站单天线时的发送功率), 当 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(6)可得:

$\frac{|\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*|^2}{M \|\mathbf{g}_k^*\|^2} = \beta_k$, $\frac{|\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*|^2}{M \|\mathbf{g}_i^*\|^2} = 0$ 。代入式(10)可得极限条件下 MRT 预编码的小区频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_k^{\text{MRT}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E}{K} \beta_k \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (11)$$

2) ZF 预编码

ZF 预编码相对于 MRT 预编码更加复杂, 需要基站对信道矩阵进行伪逆运算。令 ZF 预编码矩阵 $\mathbf{F} = \mathbf{G}^* (\mathbf{G}^T \mathbf{G}^*)^{-1}$, 当 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(5)

可得: $\mathbf{F} = \frac{\mathbf{G}^*}{M} \left(\frac{\mathbf{G}^T \mathbf{G}^*}{M} \right)^{-1} \rightarrow \frac{\mathbf{G}^*}{M} \mathbf{D}_\beta^{-1}$ 。将其单位化可得 $\bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K]$, 其中, $\mathbf{f}_i = \frac{\mathbf{g}_i^*}{\|\mathbf{g}_i^*\|}$, $i=1, \dots, K$,

所以在极限条件下, ZF 单位预编码等于 MRT 单位预编码。当基站发送功率 $P = \frac{E}{M}$ 时, ZF 预编码的系统频谱效率等同于 MRT 预编码的系统频谱效率, 即

$$\sum_{k=1}^K R_k^{\text{ZF}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E}{K} \beta_k \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (12)$$

综上 2 种预编码的实现, 在大规模单小区 MU-MISO 系统中基站已知完全 CSI 时, 当基站发送功

率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着基站天线数 M 的无限增加, 系统有以下性能优势: 1) 系统频谱效率趋向于一个恒值; 2) 基站采用简单的预编码即可消除小区内用户间干扰; 3) ZF 单位预编码在极限条件下等于 MRT 单位预编码。

3.1.2 基站已知有限 CSI

实际系统中基站不可能获得完全 CSI, 通常由上行链路的训练或导频序列来获得有限的 CSI。文献[14]给出了单小区系统中基于导频序列估计的估计信道

$$\hat{\mathbf{G}}^T = \xi \mathbf{G}^T + \sqrt{1-\xi^2} \mathbf{E}^T \quad (13)$$

其中, $\xi (0 \leq \xi \leq 1)$ 是估计准确度, $\mathbf{E} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_K]$ 是

$$y_k = \frac{\xi \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^* x_k}{\|\xi \mathbf{g}_k^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_k^*\|} + \frac{\sqrt{1-\xi^2} \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k^* x_k}{\|\xi \mathbf{g}_k^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_k^*\|} + \sum_{i=1, i \neq k}^K \left(\frac{\xi \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^* x_i}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|} + \frac{\sqrt{1-\xi^2} \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_i^* x_i}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|} \right) + n_k \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^K R_{I,k}^{\text{MRT}} = \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left[1 + \frac{\frac{P}{K \|\xi \mathbf{g}_k^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_k^*\|^2} (\xi^2 |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*|^2 + (1-\xi^2) |\mathbf{g}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k^*|^2)}{\sum_{i=1, i \neq k}^K \left(\frac{P}{K \|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|^2} (\xi^2 |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*|^2 + (1-\xi^2) |\mathbf{g}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_i^*|^2) \right) + 1} \right] \right\} \quad (15)$$

当 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(6)可得

$$\frac{\xi^2 |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_i^*|^2}{M \|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|^2} = 0, \quad \frac{\xi^2 |\mathbf{g}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_i^*|^2}{M \|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|^2} = 0,$$

$$\frac{\xi^2 |\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*|^2}{M \|\xi \mathbf{g}_k^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_k^*\|^2} = \frac{\xi^2 \beta_k^2}{\xi^2 \beta_k + 1 - \xi^2}。所以基站发$$

送功率 $P = \frac{E}{M}$ 时, 代入式(15)可得极限条件下 MRT 预编码的系统频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_{I,k}^{\text{MRT}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E \xi^2 \beta_k^2}{K (\xi^2 \beta_k + 1 - \xi^2)} \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (16)$$

2) ZF 预编码

ZF 预编码矩阵 $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{G}}^* (\hat{\mathbf{G}}^T \hat{\mathbf{G}}^*)^{-1}$, 当 $M \gg K$ 且 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(5)可知

$$\mathbf{F} = \left(\xi \mathbf{G}^* + \sqrt{1-\xi^2} \mathbf{E}^* \right) \left(\left[\xi \mathbf{G}^T + \sqrt{1-\xi^2} \mathbf{E}^T \right] \left[\xi \mathbf{G}^* + \sqrt{1-\xi^2} \mathbf{E}^* \right] \right)^{-1}$$

估计误差矩阵, 其中, $\boldsymbol{\varepsilon}_i = [\varepsilon_{i1}, \dots, \varepsilon_{iM}]^T$, $i=1, \dots, K$, 其元素独立同分布于 $\mathcal{CN}(0,1)$, 并且与信道矩阵 \mathbf{G} 无关。下面分析基于导频估计的 2 种预编码方案的频谱效率。

1) MRT 预编码

MRT 预编码矩阵 $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{G}}^* = [\xi \mathbf{g}_1^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_1^*, \dots, \xi \mathbf{g}_K^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_K^*]$, 将其单位化得 $\bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K]$,

$$\text{其中, } \mathbf{f}_i = \frac{\xi \mathbf{g}_i^*}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|} + \frac{\sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|},$$

$i=1, \dots, K$ 。则第 k 个用户的接收信号和系统频谱效率表达式分别为

$$\mathbf{F} \rightarrow \frac{1}{M} \left(\xi \mathbf{G}^* + \sqrt{1-\xi^2} \mathbf{E}^* \right) \left(\xi^2 \mathbf{D}_\beta + (1-\xi^2) \mathbf{I}_K \right)^{-1} \quad (17)$$

将其单位化得 $\bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K]$, 其中, $\mathbf{f}_i =$

$$\frac{\xi \mathbf{g}_i^*}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|} + \frac{\sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*}{\|\xi \mathbf{g}_i^* + \sqrt{1-\xi^2} \boldsymbol{\varepsilon}_i^*\|}, \quad i=1, \dots, K。$$

同基站已知 CSI 时一样, 在极限条件下 ZF 单位预编码等于 MRT 单位预编码。当基站发送功率 $P = \frac{E}{M}$ 时, 系统在这 2 种预编码条件下的频谱效率相等, 即

$$\sum_{k=1}^K R_{I,k}^{\text{ZF}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E \xi^2 \beta_k^2}{K (\xi^2 \beta_k + 1 - \xi^2)} \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (18)$$

由以上 2 种预编码的实现可知, 在大规模单小区 MU-MISO 系统中, 基站已知有限 CSI 时, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着基站天线数 M 的无限增加, 系统频谱效率受到估计准确度的影响随准确度 ξ 而趋于一恒值。且 2 种单位预编码的极限表达式相等, 信道只受慢衰落的影响, 快

衰落消失。当 $\xi \rightarrow 1$ 时, $\sum_{k=1}^K R_{l,k} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb}\left(1 + \frac{E}{K} \beta_k\right)$, 其系统性能等于已知完全 CSI 时的性能。

3.2 多小区 MU-MISO

3.2.1 基站已知完全 CSI

多小区 MU-MISO 系统中, 由式(2)得小区 n 中第 k 个用户的接收信号表达式为

$$y_{nk} = \sqrt{P} \mathbf{g}_{mk}^T \bar{\mathbf{F}}_n \mathbf{x}_n + \sqrt{P} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \mathbf{g}_{lnk}^T \bar{\mathbf{F}}_l \mathbf{x}_l + n_{nk}$$

$$= \sqrt{P} \mathbf{g}_{mk}^T \mathbf{f}_{nk} x_{nk} + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{g}_{mki}^T \mathbf{f}_{ni} x_{ni} + \sqrt{P} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{i=1}^K \mathbf{g}_{lnki}^T \mathbf{f}_{li} x_{li} + n_{nk}$$
(19)

上式等号右边的第一项为有用信号, 第二项为小区内干扰信号, 第三项为小区间干扰信号, 最后一项为加性高斯白噪声。所以小区 n 的频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_{nk}$$

$$= \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{P}{K} |\mathbf{g}_{mk}^T \mathbf{f}_{nk}|^2}{\frac{P}{K} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K |\mathbf{g}_{mki}^T \mathbf{f}_{ni}|^2 + \frac{P}{K} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{i=1}^K |\mathbf{g}_{lnki}^T \mathbf{f}_{li}|^2 + 1}} \right) \right\}$$
(20)

下面给出在 2 种预编码方案下的性能分析。

1) MRT 预编码

小区 l 基站 MRT 预编码矩阵为 $\mathbf{F}_l = \mathbf{G}_l^*$, $l=1, \dots, L$, 将其单位化得 $\bar{\mathbf{F}}_l = [\mathbf{f}_{l1}, \dots, \mathbf{f}_{lK}]$, 其中, $\mathbf{f}_{li} = \frac{\mathbf{g}_{lli}^*}{\|\mathbf{g}_{lli}^*\|}$, $i=1, \dots, K$, 则小区 n 中第 k 个用户接收信号和小区 n 的频谱效率分别为

$$y_{nk} = \sqrt{P} \frac{\mathbf{g}_{mnk}^T \mathbf{g}_{mnk}^*}{\|\mathbf{g}_{mnk}^*\|} x_{nk} + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \frac{\mathbf{g}_{mni}^T \mathbf{g}_{mni}^*}{\|\mathbf{g}_{mni}^*\|} x_{ni} + \sqrt{P} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{i=1}^K \frac{\mathbf{g}_{lnki}^T \mathbf{g}_{lnki}^*}{\|\mathbf{g}_{lnki}^*\|} x_{li} + n_{nk}$$
(21)

$$\sum_{k=1}^K R_{nk}^{\text{MRT}}$$

$$= \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{P}{K} |\mathbf{g}_{mk}^T \mathbf{g}_{mk}^*|^2}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \frac{P}{K} \frac{|\mathbf{g}_{mki}^T \mathbf{g}_{mki}^*|^2}{\|\mathbf{g}_{mki}^*\|^2} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{i=1}^K \frac{P}{K} \frac{|\mathbf{g}_{lnki}^T \mathbf{g}_{lnki}^*|^2}{\|\mathbf{g}_{lnki}^*\|^2} + 1}} \right) \right\}$$
(22)

当 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(6)可得: $\frac{|\mathbf{g}_{mnk}^T \mathbf{g}_{mnk}^*|^2}{M \|\mathbf{g}_{mnk}^*\|^2} = \beta_{mnk}$,

$\frac{|\mathbf{g}_{mni}^T \mathbf{g}_{mni}^*|^2}{M \|\mathbf{g}_{mni}^*\|^2} = 0$ 和 $\frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{g}_{lnk}^*|^2}{M \|\mathbf{g}_{lnk}^*\|^2} = 0$, 所以当基站发送功率 $P = \frac{E}{M}$ 时, 代入式(22)可得极限条件下小区 n 的频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_{nk}^{\text{MRT}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E}{K} \beta_k \right), \quad M \rightarrow \infty$$
(23)

2) ZF 预编码

小区 l 基站的 ZF 预编码矩阵为 $\mathbf{F}_l = \mathbf{G}_l^* (\mathbf{G}_l^T \mathbf{G}_l^*)^{-1}$, 当 $M \gg K$ 且 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(5)可得: $\mathbf{F}_l = \frac{\mathbf{G}_l^*}{M} \left(\frac{\mathbf{G}_l^T \mathbf{G}_l^*}{M} \right)^{-1} \rightarrow \frac{\mathbf{G}_l^*}{M} \mathbf{D}_{\beta_l}^{-1}$, 将其单位化得 $\bar{\mathbf{F}}_l = [\mathbf{f}_{l1}, \dots, \mathbf{f}_{lK}]$, 其中, $\mathbf{f}_{li} = \frac{\mathbf{g}_{lli}^*}{\|\mathbf{g}_{lli}^*\|}$, $i=1, \dots, K$, 所以 ZF 单位预编码在极限条件下等于 MRT 单位预编码。当 $P = \frac{E}{M}$ 时, 小区 n 的频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_{nk}^{\text{ZF}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{E}{K} \beta_k \right), \quad M \rightarrow \infty$$
(24)

由以上 2 种预编码分析可知: 在多小区 MU-MISO 系统中, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着基站天线数 M 的无限增加, 基站已知完全 CSI 时的系统性能和单小区 MU-MISO 系统中基站已知完全 CSI 时一样, 并且多小区 MU-MISO 系统中小区间干扰也可以通过简单的预处理得到消除。

3.2.2 基站已知有限 CSI

文献[12]给出了多小区 MU-MISO 系统中, 第 l 小区基于导频序列估计的估计信道为

$$\hat{\mathbf{G}}_l^T = \sqrt{P_p} \sum_j^L \mathbf{G}_j^T + \mathbf{V}_l^T$$
(25)

其中, P_p 是每个用户发送的导频信号功率, \mathbf{G}_j 是小区 j 中用户到小区 l 基站的信道增益矩阵, $\mathbf{V}_l = [\mathbf{v}_{l1}, \dots, \mathbf{v}_{lK}]$ 是基站 l 接收到的加性噪声矩阵, 其中, $\mathbf{v}_{li} = [v_{li1}, \dots, v_{liM}]^T$, $i=1, \dots, K$, 其元素服从独立同分布的 0 均值、单位方差复高斯随机变量。假

设噪声和信道增益非相关, 下面给出基于导频估计的 MRT 和 ZF 单位预编码的系统频谱效率分析。

1) MRT 预编码

令小区 l 基站的预编码矩阵为 $F_l = \hat{G}_l^*$, $l = 1, \dots, L$, 将其单位化得 $\bar{F}_l = [f_{l1}, \dots, f_{lK}]$, 其中,

$$y_{nk} = \sqrt{P} \mathbf{g}_{nk}^T \mathbf{f}_{nk} x_{nk} + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{g}_{nk}^T \mathbf{f}_{ni} x_{ni} + \sqrt{P} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{lk} x_{lk} + \sqrt{P} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{li} x_{li} + n_{nk} \quad (26)$$

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{MRT}} = \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{P}{K} |\mathbf{g}_{nk}^T \mathbf{f}_{nk}|^2}{\frac{P}{K} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K |\mathbf{g}_{nk}^T \mathbf{f}_{ni}|^2 + \frac{P}{K} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L |\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{lk}|^2 + \frac{P}{K} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K |\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{li}|^2 + 1}} \right) \right\} \quad (27)$$

当 $M \rightarrow \infty$ 时, 由式(6)可得

$$\frac{|\hat{G}_l^T \hat{G}_l^*|}{M} \rightarrow \left(P_p \sum_{j=1}^L \mathbf{D}_{lj} + \mathbf{I}_K \right), \quad \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{li}|^2}{M} = \left(P_p \sum_{j=1}^L \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{g}_{lji}^*|^2}{M \left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|^2} + \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{v}_{li}^*|^2}{M \left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|^2} \right) \rightarrow 0$$

$$\frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{f}_{lk}|^2}{M} = \left(P_p \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{g}_{lnk}^*|^2}{M \left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{ljk}^* + \mathbf{v}_{lk}^* \right\|^2} + P_p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^L \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{g}_{ljk}^*|^2}{M \left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{ljk}^* + \mathbf{v}_{lk}^* \right\|^2} + \frac{|\mathbf{g}_{lnk}^T \mathbf{v}_{lk}^*|^2}{M \left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{ljk}^* + \mathbf{v}_{lk}^* \right\|^2} \right) \rightarrow \frac{P_p \beta_{nk}^2}{\left(P_p \sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + 1 \right)}$$

当 $P = \frac{E}{M}$ 时, 代入式(26)和式(27)可得: 用户接

此时该小区的频谱效率为

收端的信干噪比 (SINR) 和该小区频谱效率分别为

$$\text{SINR}_{nk}^{\text{MRT}} \rightarrow \frac{\frac{E}{K} P_p \beta_{nk}^2 / \left(P_p \sum_{j=1}^L \beta_{nj} + 1 \right)}{\frac{E}{K} P_p \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \left(\beta_{lnk}^2 / \left(P_p \sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + 1 \right) \right) + 1}, \quad M \rightarrow \infty \quad (28)$$

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{MRT}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{\beta_{nk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{nj} + \frac{1}{P_p} \right)}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \left(\beta_{lnk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + \frac{1}{P_p} \right) \right)} \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (31)$$

$$M \rightarrow \infty \quad (28)$$

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{MRT}} = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \text{SINR}_{nk}^{\text{MRT}} \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (29)$$

假若系统因导频污染而产生的小小区间干扰相对于噪声来说比较严重, 系统成为干扰受限系统, 用户接收端的 SINR 可近似于信干比(SIR), 即

$$\text{SINR}_{nk}^{\text{MRT}} \rightarrow \text{SIR}_{nk}^{\text{MRT}} = \frac{\beta_{nk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{nj} + \frac{1}{P_p} \right)}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \left(\beta_{lnk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + \frac{1}{P_p} \right) \right)}, \quad M \rightarrow \infty \quad (30)$$

$$\mathbf{f}_{li} = \frac{\sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^*}{\left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|} + \frac{\mathbf{v}_{li}^*}{\left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|}, \quad i = 1, \dots, K. \quad \text{小区}$$

n 中第 k 个用户接收信号和小区 n 的频谱效率分别为

$$(26)$$

$$(27)$$

此时该小区的频谱效率为

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{MRT}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{\beta_{nk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{nj} + \frac{1}{P_p} \right)}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \left(\beta_{lnk}^2 / \left(\sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + \frac{1}{P_p} \right) \right)} \right), \quad M \rightarrow \infty \quad (31)$$

由此可知此时小区的频谱效率不再与基站发送功率有关, 而与用户发送的导频功率有关。但是, 在大规模天线系统中, 基站发送功率 $P = E/M$ 是很小的, 系统受到的小区间干扰比较微弱, 系统由于干扰受限变为噪声受限, 因此不能将用户接收到的 SINR 近似于 SIR, 这正是大规模天线系统在降低小小区间干扰方面所体现的优势。

2) ZF 预编码

文献[12]给出了 $(\hat{G}_l^*)^{\dagger} \rightarrow \frac{1}{MP_p} \left(\sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{G}_{lj}^* + \mathbf{V}_l^* \right) \cdot$

$\left(\sum_{j=1}^L \mathbf{D}_{lj} + \frac{1}{P_p} \mathbf{I}_K \right)^{-1}$, $M \rightarrow \infty$ 。所以 ZF 单位预编码

$\bar{\mathbf{F}}_l = [\mathbf{f}_{l1}, \dots, \mathbf{f}_{lK}]$ 在极限条件下等于 MRT 单位化预

编码, 即:
$$\mathbf{f}_{li} = \frac{\sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^*}{\left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|} + \frac{\mathbf{v}_{li}^*}{\left\| \sqrt{P_p} \sum_{j=1}^L \mathbf{g}_{lji}^* + \mathbf{v}_{li}^* \right\|},$$

$i=1, \dots, K, M \rightarrow \infty$. 当 $P = \frac{E}{M}$ 时, 其小区频谱效率等于 MRT 单位预编码的小区频谱效率, 即

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{ZF}} \rightarrow \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{\frac{E}{K} P_p \beta_{lmk}^2 / \left(P_p \sum_{j=1}^L \beta_{njk} + 1 \right)}{\frac{E}{K} P_p \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \left(\beta_{lmk}^2 / \left(P_p \sum_{j=1}^L \beta_{ljk} + 1 \right) \right) + 1} \right),$$

$M \rightarrow \infty \quad (32)$

由以上 2 种预编码分析可得, 在多小区 MU-MISO 系统中基站通过导频估计获得有限 CSI 时, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着基站天线数 M 的无限增加, 以下结论成立。1) 小区频谱效率与用户发送的导频功率 P_p 有关, 并随 P_p 趋向于一恒值。2) 由于基站发送功率大幅度降低, 系统受到的小区间干扰极其微弱, 系统由干扰受限变成噪声受限。3) ZF 单位预编码在极限条件下等于 MRT 单位预编码。

4 多用户空时分组码

空时分组码(STBC)是基于发送分集的一种空时编码, 由于其具有相对简单的编译码算法和较好的性能, 已被 3GPP 正式列入 WCDMA 提案中。基于此, 在多用户下行链路的通信环境中, 基站已知有限 CSI 时, 分析加入 STBC 的链路频谱效率特性。参考文献[22], 采用 ZF 预编码。系统框图如图 3 所示。基站配置 M 根天线, 用户是单天线设备, 在同一时频资源块内基站服务 K 个用户。假定用户数 K 不变, 基站天线数 M 是无限增加的。 \mathbf{F}_k 是第 k 个用户的预编码矩阵, 且 $\mathbf{F}_k \in \mathbb{C}^{M \times 2}$ 。 \mathbf{B}_k 是第 k 个用户的空时分组码, 本文采用 Alamouti 编码方案, 则 $\mathbf{B}_k = (\mathbf{b}_k(1) \ \mathbf{b}_k(2))$ 是 2×2 的矩阵。

所以第 k 个用户 $t (t=1, 2)$ 时刻的接收信号为

$$y_k(t) = \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}_k \mathbf{b}_k(t) + \sqrt{P} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}_i \mathbf{b}_i(t) + n_k(t) \quad (33)$$

其中, P 是 t 时刻基站的发送功率, $\mathbb{E}\{\|\mathbf{b}_k(t)\|^2\} = \frac{1}{K}$ 。

$\mathbf{g}_k^T \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ 是基站到用户 k 的信道矢量。 $n_k(t)$ 为 t 时刻用户 k 的加性高斯白噪声, 且服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 的复高斯随机变量。基站已知有限 CSI 时, 信道模型同上所述, 即: $\hat{\mathbf{G}}^T = \xi \mathbf{G}^T + \sqrt{1 - \xi^2} \mathbf{E}^T$, 参考文献[22] 给出 ZF 预编码矩阵 \mathbf{F}_k 的求解。

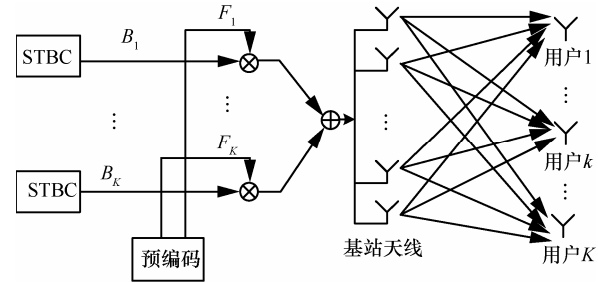


图 3 多用户 STBC 系统

$$\mathbf{F}_{k,\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{F}_k \in \mathbb{C}^{M \times 2}} \left\| \hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{F}_k \right\|^2 \quad (34)$$

满足以下条件:

$$\mathbf{F}_k^H \mathbf{F}_k = \mathbf{I}, \quad k=1, 2, \dots, K$$

$$\hat{\mathbf{g}}_i^T \mathbf{F}_k = \mathbf{0}, \quad k=1, 2, \dots, K$$

此时, 第 k 个用户 t 时刻的接收信号为

$$y_k(t) = \sqrt{P} \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}_k \mathbf{b}_k(t) - \mathbf{X}_k(t) + n_k(t) \quad (35)$$

其中, $\mathbf{X}_k(t) = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \mathbf{e}_k^T \sum_{i=1, i \neq k}^K \sqrt{P} \mathbf{F}_i \mathbf{b}_i(t)$, 由文献[22]

可得接收端采用最大比合并时, 第 k 个用户 t 时刻的 SINR 下限为

$$\text{SINR}_k(t) \geq \frac{(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)}{1 + 2(K-1)(1 - \xi^2)P/K\xi^2} \cdot \frac{P}{2K}$$

其中, $[\alpha_1 \ \alpha_2] = \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}_k$, 这与天线数 M 有关, 则多用户 STBC 的预编码链路频谱效率下限为

$$\sum_{k=1}^K R_{l,nk}^{\text{STBC-ZF}}(t) \geq \sum_{k=1}^K \text{lb} \left(1 + \frac{(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)}{1 + 2(K-1)(1 - \xi^2)P/K\xi^2} \cdot \frac{P}{2K} \right)$$

本文通过仿真分析多用户 STBC 的预编码链路频谱效率与天线数 M 的关系, 并与前面所给的 2 种预编码的频谱效率相比较。

5 仿真分析

对仿真环境进行建模, 小区半径 $r=1000$ m, 小

区用户数 $K = 10$ ，用户均在基站周边 $r_h = 100\text{ m}$ 之外随机分布。若第 k 个用户到基站的距离为 r_k ，则第 k 个用户到基站的大尺度衰落 $\beta_k = z_k / (r_k / r_h)^\nu$ ，其中，阴影衰落系数 $z_k = 8\text{ dB}$ ，路径损耗指数 $\nu = 3.8$ 。

首先分析在基站已知完全 CSI 的条件下，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，单小区 MU-MISO 系统的频谱效率随着基站天线数 M 增加的变化趋势，如图 4 所示。仿真环境：单小区基站已知完全 CSI，基站天线数 M 的变化范围是 20~500 送功率 $P = E/M$ ， $E = [20, 30]\text{ dB}$ 。

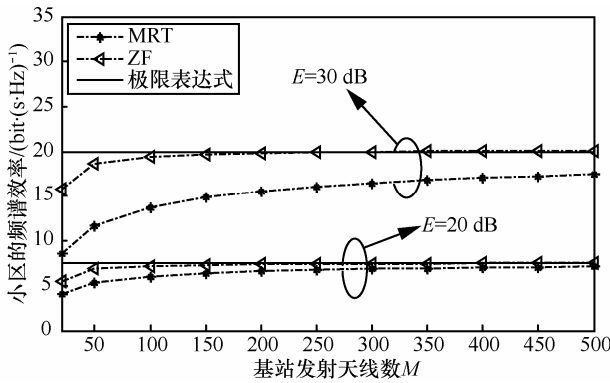


图 4 单小区 MU-MISO 系统已知 CSI 的频谱效率

由图 4 可以看出，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，2 种单位预编码的小区频谱效率随着 M 的增加逐渐趋于极限值，其中，ZF 的逼近速度更快。同时也发现当发送功率比较小时，MRT 更加接近 ZF，这是因为 MRT 带来的用户间干扰相对于噪声来说比较微弱，系统为噪声受限。由 MRT 频谱效率趋向于极限值可知，在大规模天线系统中，简单的预编码即可消除小区内用户间干扰；同时仿真结果也证明了前面给出结论的正确性。

下面将给出在有限 CSI 的条件下，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，单小区 MU-MISO 系统的频谱效率随基站发射天线数 M 递增的变化趋势，如图 5 所示。仿真环境：单小区基站已知有限 CSI，预编码基于估计信道设计，信道估计准确度 $\xi = 0.5, 0.8, 1.0$ ，基站天线数 M 的变化范围是 20~500，基站发送功率 $P = E/M$ ， $E = 30\text{ dB}$ 。

由图 5 可知，在单小区 MU-MISO 系统中，基站已知有限 CSI 时，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，随着基站天线数 M 的无限增加，系统频谱效率受到估计准确的影响随准确度 ξ 而趋于极限值。并且 ξ 值越大，小区频谱效率逼近速度

越快，ZF 相对于 MRT 的性能优势越明显。由 2 种单位预编码的频谱效率逐渐靠近极限值可知，2 种单位预编码的表达式在极限条件下相等。

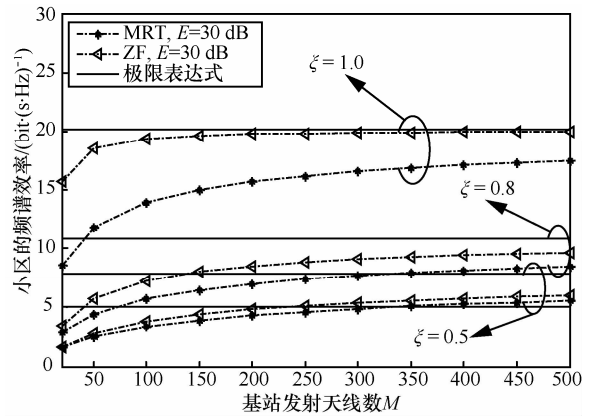


图 5 单小区 MU-MISO 系统有限 CSI 的频谱效率

接下来本文分析在有限 CSI 的条件下，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，单小区 MU-MISO 系统的频谱效率随着信道估计准确度 ξ 在 0~1 范围内的变化趋势，如图 6 所示。仿真环境：单小区基站已知有限 CSI，预编码基于估计信道设计，基站天线数 $M = 100, 500$ ，基站发送功率 $P = E/M$ ， $E = 30\text{ dB}$ 。

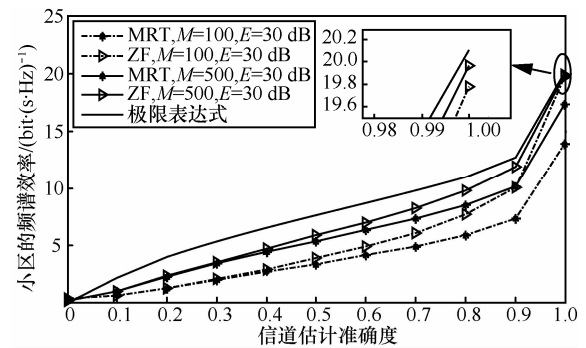


图 6 单小区 MU-MISO 系统的频谱效率随信道估计准确度的变化曲线

由图 6 可见，当固定发送功率 P 时，小区的频谱效率随着信道估计准确度 ξ 的增加而递增，且基站天线数 $M = 500$ 的频谱效率相对于 $M = 100$ 更接近极限值。当信道估计准确度在 0~0.2 时，MRT 和 ZF 单位预编码的小区频谱效率相等，由此说明在信道状态未知或者估计准确度比较小时，基站所采用的预编码方式对系统频谱效率影响不大。随着信道估计准确度的增大，ZF 预编码的优势开始凸现出来。同时也可以看出天线数越大，MRT 性能越接近 ZF 性能。当信道估计准确度在 0.9~1 时，小区频谱

效率陡然上升, 然而这个估计范围在实际系统中是很难达到的, 所以实际系统的性能通常与理想系统的性能差距较大。当信道估计无误时完全等同于已知 CSI 的结果。

在图 7 中, 本文给出多小区 MU-MISO 系统中基站已知完全 CSI 时, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 小区频谱效率随着基站天线数 M 增加的变化趋势。仿真环境: 小区数 $L=3$, 基站已知 CSI, 基站天线数 M 的变化范围是 20~500, 基站发送功率 $P=E/M$, $E=[20,30]$ dB。

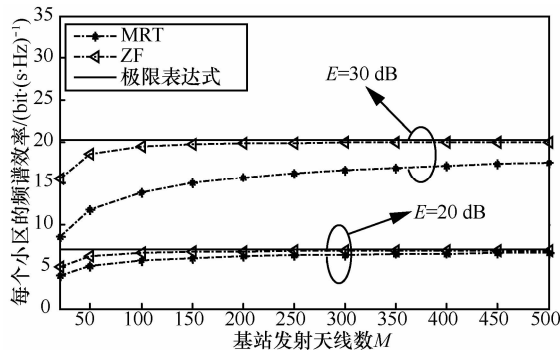


图 7 多小区 MU-MISO 系统已知 CSI 的频谱效率

由图 7 可知, 在多小区 MU-MIMO 系统中基站已知 CSI 时, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 随着 M 的增加, MRT 和 ZF 的小区频谱效率趋于极限值, 系统性能近似等同于单小区系统。

当基站已知 CSI 时, 多小区和单小区的频谱效率同时仿真如图 8 所示。仿真环境: 基站已知 CSI, 基站天线数 M 的变化范围是 20~500, 基站发送功率 $P=E/M$, $E=30$ dB。

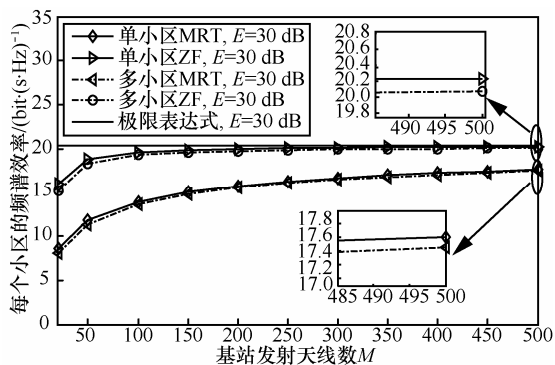


图 8 单小区和多小区 MU-MISO 系统已知 CSI 的频谱效率比较

由图 8 可知, 随着天线数的递增, 多小区系统的小区频谱效率逐渐接近于单小区系统的小区频谱效率。当 $M=500$ 时, 两系统的小区频谱效率只

差 $0.2 \text{ bit} \cdot (\text{s} \cdot \text{Hz})^{-1}$ 左右。由此可见基站天线数的增加有利于消除多小区系统中的小区间干扰。

同单小区一样, 本文给出多小区 MU-MISO 系统, 信道基于导频信号估计的条件下, 当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时, 系统的频谱效率随着基站发射天线数 M 递增的变化趋势, 如图 9 所示。仿真环境: 小区数 $L=3$, 基站通过导频信号估计获得有限 CSI, 基站天线数 M 的变化范围是 20~500, 用户发送的导频信号功率 $P_p=[0,10,20]$ dB, 基站发送功率 $P=E/M$, $E=30$ dB。

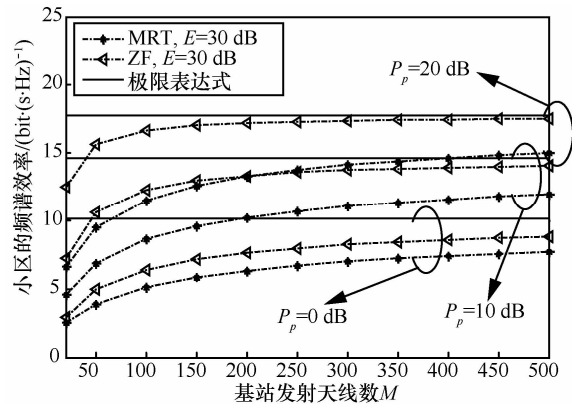


图 9 多小区 MU-MISO 系统基于导频信号估计的频谱效率

由图 9 可知, 小区频谱效率随着用户发送导频功率的增加而递增, 并随着天线数的增加而逐渐趋向于极限值, 这证实了本文前边推导出的结论。同时也可以看出, ZF 预编码与 MRT 预编码的性能差距随着用户发送导频功率的递增而增大, 由此可知, 用户发送导频功率越大, 信道估计越准确, ZF 相对于 MRT 的性能优势越明显。

下面给出多小区基于导频估计的小区频谱效率, 如图 10 所示。仿真环境: 小区数 $L=3$, 基站已知有限 CSI, 基站天线数 $M=500$, 用户发送导频功率为 $0 \sim 20$ dB, 基站发送功率 $P = \frac{E}{M}$, $E=[20,30]$ dB。

由图 10 可见, 基站发送功率越小, 小区频谱效率越接近极限值, 这是因为基站发送功率越小, 小区间干扰越小。由 2 种基站发送功率的比较可以看出, 系统频谱效率不仅与用户发送的导频功率有关, 还与基站发送功率有关。由于此时基站发送的功率 $P=E/M$ 相对于单天线系统来说非常小, 小区间干扰比较微弱, 系统不再是干扰受限系统而是噪声受限系统, 不能将用户接收到的 $SINR$ 近似等于 SIR 。这也说明了大规模天线系统有降低小区间干扰的优势。

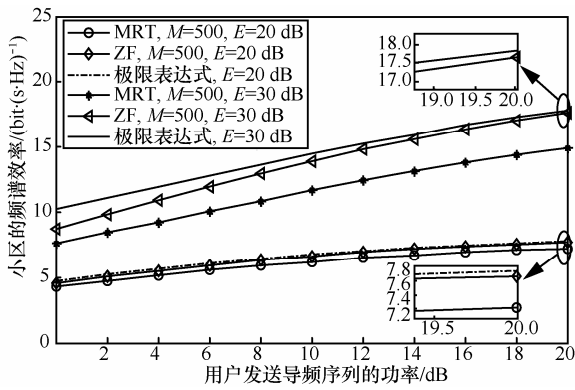


图 10 多小区 MU-MISO 系统的小区频谱效率随用户发送导频功率的变化曲线

最后给出 STBC-ZF、MRT 和 ZF 在有限 CSI 的条件下，当基站发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，MU-MISO 系统的频谱效率随着基站发射天线数 M 递增的变化趋势，如图 11 所示。仿真环境：基站已知有限 CSI，预编码基于估计信道设计，信道估计准确度 $\xi=[0.6,1.0]$ ，基站天线数 M 的变化范围是 20~500，基站发送功率 $P=E/M$ ， $E=30$ dB。

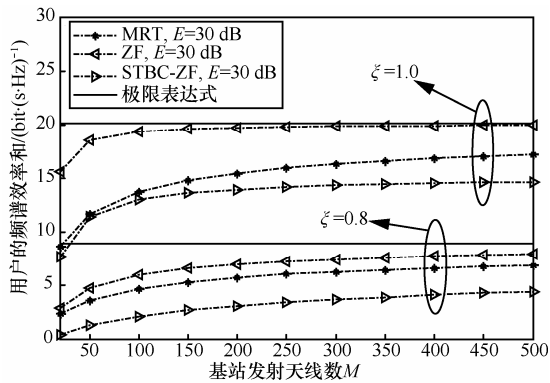


图 11 MU-MISO 系统中 STBC-ZF、MRT 和 ZF 的用户频谱效率和比较

由图 11 可知，无论信道是否存在估计误差，STBC 的链路频谱效率都没有不加 STBC 的链路高。这是因为 Alamouti 以牺牲空间复用来提高发送分集，从而可以降低系统误码率，但是系统频谱效率并不是很理想。另外，从图 11 中还可以看出，当发送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，随着天线数的增加，STBC-ZF 的曲线斜率越来越小。由此可以推断，当天线数趋于无穷大时，STBC-ZF 的频谱效率也趋于一恒值。

6 结束语

本文研究了大规模天线 MU-MISO 系统在单小区和多小区情况下的渐近频谱效率性能，当基站发

送功率减小到单天线基站的 $1/M$ 时，随着 M 的无限增大，通过理论推导得到了以下结论。

1) 系统频谱效率趋于一恒值，同时基站采用简单的预处理即可消除小区内干扰，对于多小区系统还可以消除小区间干扰。这样以增加基站天线数为代价换取节能环保的效益，对今后倡导的绿色通信来说具有重大意义。

2) 基站已知有限 CSI 时，在多小区系统中，系统因受导频污染的影响，小区间干扰不能完全消除，但是由于基站发送功率很小，系统由于干扰受限变为噪声受限。

3) STBC 链路的频谱效率没有不加 STBC 的链路高。

4) ZF 单位预编码在极限条件下等于 MRT 单位预编码。

仿真结果进一步验证了以上结论的正确性。

参考文献：

- [1] FOSCHINI G J, GANS M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas[J]. *Wireless Personal Communications*, 1998, 6(3):311-335.
- [2] TELATAR E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels[J]. *Europe Transactions on Telecommunications*, 1999, 10(6):585-595.
- [3] GESBERT D, KOUNTOURIS M, HEATH R W, *et al.* From single user to multiuser communications: shifting the MIMO paradigm[J]. *IEEE Signal Processing*, 2007, 24(5):36-46.
- [4] CAIRE G, SHAMAI S. On the achievable throughput of a multi-antenna Gaussian broadcast channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(7):1691-1706.
- [5] VISHWANATH S, JINDAL N, GOLDSMITH A. Duality achievable rates and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(10):2658-2668.
- [6] ANDREWES J G, CHOIC W, HEATH R W. Overcoming interference in spatial multiplexing MIMO cellular networks[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2007, 14(6):95-104.
- [7] DAMEN M O, GAMAL H E, CARIE G. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(10):2389-2402.
- [8] WEINGARTEN H, STEINBERG Y, SHAMAI S. The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(9):3936-3964.
- [9] HUANG Y M, ZHENG G, BENGTSSON M, *et al.* Distributed multi-cell beamforming design with limited intercell coordination[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2):728-738.
- [10] ZAKHOUR R, HANLY S V. Large system analysis of base station cooperation on the downlink[A]. *The 48th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*[C]. Allerton, 2010. 270-277.
- [11] ZAKHOUR R, HANLY S V. Base station cooperation on the downlink: large system analysis[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(4):2079-2106.

- [12] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of BS antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11):3590-3600.
- [13] NGUYEN V K, EVANS J S. Multiuser transmit beamforming via regularized channel inversion: a large system analysis[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. New Orleans, USA, 2008.1-4.
- [14] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, *et al.* Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[EB/OL]. Available: arxiv.org/abs/1201.3210,2012.
- [15] WAGNR S, COUILLET R, DEBBAH M, *et al.* Large system analysis of linear precoding in correlated MISO broadcast channels with limited feedback[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(7): 4509-4537.
- [16] HOYDIS J, BRINK S T, DEBBAH M. Massive MIMO: how many antennas do we need?[A]. The 49th Allerton Conference on Communication, Control, and Computing[C]. Monticello, USA, 2011.545-550.
- [17] JOSE J, ASHIKHMIN A, MARZETTA T L, *et al.* Pilot contamination and precoding in multi-cell TDD systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(8):2640-2651.
- [18] JOSE J, ASHIKHMIN A, WHITING P, *et al.* Channel estimation and linear precoding in multiuser multiple-antenna TDD systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(5): 2102-2116.
- [19] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013,61(4):1436-1449.
- [20] NGO H Q, MATTHAIYOU M,QUONG T Q, *et al.* Uplink performance analysis of multicell MU-MIMO systems with ZF receivers[A]. 2011 IEEE Swedish Communication Technologies Workshop(Sew-CTW)[C]. Stockholm, Sweden, 2011.40-45.
- [21] CRM'ER H. Random Variables and Probability Distributions[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1970.
- [22] RUNHUN C, JEFFREY G A, ROBERT W H. Multiuser space-time block coded MIMO system with downlink precoding[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. Paris, France, 2004. 2689-2692.



赵睿[通信作者] (1980-), 男, 江苏扬州人, 博士, 华侨大学副教授, 主要研究方向为无线通信信号处理和协作通信。
E-mail: rzhao@hqu.edu.cn。



江彬 (1978-), 男, 江苏海门人, 博士, 东南大学讲师, 主要研究方向为未来移动通信理论与技术、空时无线通信。



黄永明 (1977-), 男, 江苏吴江人, 博士, 东南大学副教授, 主要研究方向为 MIMO 通信信号处理、多用户通信信号处理和协作通信。



杨绿溪 (1964-), 男, 安徽桐城人, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信空时信号处理、协作通信和网络编码。

作者简介:



李菊芳 (1987-), 女, 河南平顶山人, 华侨大学硕士生, 主要研究方向为无线通信系统中的 MIMO 技术。



张海 (1981-), 男, 陕西西安人, 华侨大学副教授, 主要研究方向为电磁场与微波技术和微波通信。